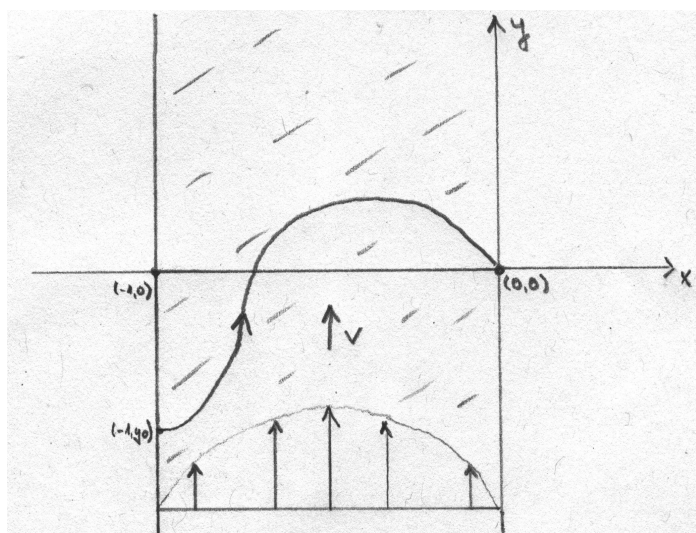


Gewöhnliche Differentialgleichungen

Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Ein Hund durchschwimmt einen Fluß der Breite 1 mit konstanter Eigengeschwindigkeit 1 relativ zum Wasser so, daß seine Schnauze stets auf das Ziel $(0, 0)$ gerichtet sei. Er starte im Punkte $(-1, y_0)$, wobei $y_0 \in \mathbb{R}$ beliebig sei, vgl. Skizze.



Die Geschwindigkeitsverteilung der Strömung ist $v(x) = -2x(1+x)$, $-1 \leq x \leq 0$.
 $y: [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ sei die eindeutig bestimmte Funktion derart, daß

$$\text{Graph}(y) = \{(x, y(x)) \mid x \in [-1, 0]\}$$

eine Umparametrisierung des Weges ist, den der Hund schwimmt. Stelle eine Differentialgleichung für $y(x)$ auf und löse sie.

[Tip: Substituiere $z = \frac{y}{x}$.]

Aufgabe 2. Seien K ein kompakter metrischer Raum und V ein \mathbb{R} -Banachraum mit Norm $\|\cdot\|$. $\mathcal{C}(K, V)$ bezeichne den \mathbb{R} -Vektorraum aller stetigen Abbildungen $K \rightarrow V$.

Zeige, daß durch $\|f\|_\infty := \max\{\|f(p)\| \mid p \in K\}$ eine Norm auf $\mathcal{C}(K, V)$ definiert wird, die $\mathcal{C}(K, V)$ zu einem \mathbb{R} -Banachraum macht.

Besprechung: Mittwoch, den 12.11.2009