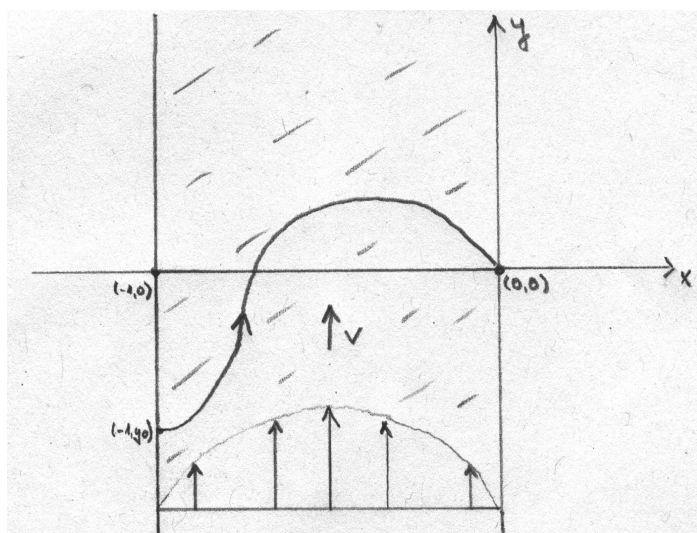


# Gewöhnliche Differentialgleichungen

## Übungsblatt 3

**Aufgabe 1.** Ein Hund durchschwimmt einen Fluß der Breite 1 mit konstanter Eigengeschwindigkeit 1 relativ zum Wasser so, daß seine Schnauze stets auf das Ziel  $(0, 0)$  gerichtet sei. Er starte im Punkte  $(-1, y_0)$ , wobei  $y_0 \in \mathbb{R}$  beliebig sei, vgl. Skizze.



Die Geschwindigkeitsverteilung der Strömung ist  $v(x) = -2x(1+x)$ ,  $-1 \leq x \leq 0$ .  
 $y: [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$  sei die eindeutig bestimmte Funktion derart, daß

$$\text{Graph}(y) = \{(x, y(x)) \mid x \in [-1, 0]\}$$

eine Umparametrisierung des Weges ist, den der Hund schwimmt. Stelle eine Differentialgleichung für  $y(x)$  auf und löse sie.

[Tip: Substituiere  $z = \frac{y}{x}$ .]

**Aufgabe 2.** Seien  $K$  ein kompakter metrischer Raum und  $V$  ein  $\mathbb{R}$ -Banachraum mit Norm  $\|\cdot\|$ .  $\mathcal{C}(K, V)$  bezeichne den  $\mathbb{R}$ -Vektorraum aller stetigen Abbildungen  $K \rightarrow V$ .

Zeige, daß durch  $\|f\|_\infty := \max\{\|f(p)\| \mid p \in K\}$  eine Norm auf  $\mathcal{C}(K, V)$  definiert wird, die  $\mathcal{C}(K, V)$  zu einem  $\mathbb{R}$ -Banachraum macht.

Besprechung: Mittwoch, den 12.11.2009