

# Elemente der Analysis I

## Übungsblatt 4

**Aufgabe 1.** Zeige  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i(i+2)} = \frac{3}{4}$ .

**Aufgabe 2.** Untersuche die folgenden Reihen sowohl auf Konvergenz als auch auf absolute Konvergenz:

(i)  $\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{i}{i+1}$

(ii)  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{n}{2^i}$

(iii)  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{\sqrt{i(i+1)}}$

(iv)  $\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{1}{\sqrt{i}}$

**Aufgabe 3.** Bestimme jeweils den Konvergenzradius:

(i)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}$

(ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

(iii)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2n+1}$

(iv)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$

**Aufgabe 4.** Seien  $i_1, i_2 \in \{0, \dots, 9\}$  Ziffern. Zeige, daß gilt

(i)  $0, \overline{i_1} = \frac{1}{9} \cdot i_1$ ,

(ii)  $0, \overline{i_1 i_2} = \frac{1}{99} \cdot (10 \cdot i_1 + i_2)$ ,

wobei die Ausdrücke auf den linken Seiten als periodische Dezimalbrüche zu verstehen sind.

**Aufgabe 5.** Stelle die periodischen Dezimalbrüche  $0, \overline{i_1 i_2 i_3}$  (mit  $i_1, i_2, i_3 \in \{0, \dots, 9\}$ ) und  $0, \overline{02439}$  als gewöhnliche Brüche dar.