WS 2011/2012 Dr. Ch. Bock

Elemente der Analysis II

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Zeige mittels der Definition (d.h. unter Verwendung des Differentialquotientens), daß die folgenden Funktionen differenzierbar sind.

(i) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $t \mapsto t^3 + t$.

(ii) $f\colon \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $t \mapsto \frac{1}{t^3}$.

(iii) $f\colon \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, $t \mapsto \frac{1}{\sqrt{t}}$.

(iv) $f\colon \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $t \mapsto \frac{t+1}{t-1}$.

Aufgabe 2. Beweise Satz 5.3.

Aufgabe 3. Sei $k \in \mathbb{Z}$. Beweise, daß $x^k \overset{k\leq 0}{:=} \frac{1}{x^{-k}}\colon \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist und $(x^k)' = kx^{k-1}$.

Tip: Für positive Exponenten ist die Behauptung bereits klar nach Bsp. 5.5 2.) der Vorlesung. Hierauf kann die Behauptung für die negativen Exponenten mittels der Quotientenregel zurückgeführt werden.

Aufgabe 4. Seien $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(t) = t^3 + t^2$ und $g(t) = 2t^2 + 1$. Benutze Satz 5.4, um die Funktionen $f \pm g$, $f \cdot g$ und $\frac{f}{g}$ zu differenzieren.

Abgabe: In der dritten SW in den Übungen