

Elemente der Analysis II

Übungsblatt 8

Aufgabe 1. Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \cos(\sin(x)).$$

- (i) Bestimme die zweite Taylorsche ganz-rationale Funktion von f in 0, vgl. Hauptsatz 5.23.
- (ii) Bestimme eine rationale Zahl $q \in \mathbb{Q}$ mit $|q - f(\frac{1}{2})| < 0,2$ und begründe diese Fehlerabschätzung.

Tip: Hauptsatz 5.28

Aufgabe 2. Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (2 - x) \cdot \sin(x).$$

Man bestimme die dritte Taylorsche ganz-rationale Funktion p_3 von f in 0 und zeige für alle $x \in \mathbb{R}$ die Abschätzung

$$|f(x) - p_3(x)| \leq \frac{6 + |x|}{24} \cdot |x|^4.$$

Aufgabe 3. Integriere partiell, um die folgenden Stammfunktionen zu bestimmen:

- (i) $\int x^2 \ln(x) dx$
- (ii) $\int x^2 e^x dx$
- (iii) $\int x 2^x dx$
- (iv) $\int (\ln(x))^2 dx$

Aufgabe 4. Verwende die Substitutionsregel, um die folgenden Integrale zu berechnen:

- (i) $\int_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$
- (ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x) \cos(x)}{1 + \sin^2(x)} dx$

Abgabe: Montag, den 16.01.2012 in den Übungen