

Elemente der Analysis II

Übungsblatt 9

Definition. Es seien $J \subset \mathbb{R}$ ein offenes Intervall und $f: J \rightarrow \mathbb{R}$ eine zwei-mal differenzierbare Funktion.

- (i) f heißt genau dann *konvex*, wenn gilt $\forall t \in J f''(t) > 0$ (d.h. genau f' ist streng monoton wachsend).
- (ii) f heißt genau dann *konkav*, wenn gilt $\forall t \in J f''(t) < 0$ (d.h. genau f' ist streng monoton fallend).
- (iii) Ist $t_0 \in J$ und besitzt f'' in t_0 einen Vorzeichenwechsel, so heißt t_0 eine *Wendestelle* von f .

Aufgabe 1.

- (i) Skizziere eine konvexe und eine konkave Funktion sowie eine Funktion mit genau einer Wendestelle.
- (ii) Diskutiere den Verlauf der Funktion

$$f: \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad t \longmapsto \frac{2t}{t^2 - 1},$$

d.h. bestimme die Extrema, die Wendestellen sowie Intervalle auf denen die Funktion konvex bzw. konkav ist und untersuche das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereiches.

Aufgabe 2. Bestimme $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$.

Aufgabe 3. Betrachte die Funktion $f:]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$, die durch $f(t) = \frac{1}{1+t^4}$ gegeben ist.

Entwickle f in eine Potenzreihe, integriere diese gliedweise und begründe, daß letztere für alle $t \in]-1, 1[$ konvergiert.

Warum wird dadurch tatsächlich eine Stammfunktion von f definiert?

bitte wenden

Aufgabe 4. Bestimme die folgenden Stammfunktionen:

(i) $\int \ln(x) dx$

(ii) $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

(iii) $\int \sin(\sqrt{x}) dx$

(iv) $\int \sqrt{x}e^{\sqrt{x}} dx$

Abgabe: Montag, den 23.01.2012 in den Übungen