

Elemente der Analysis III

Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Berechne für $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto e^{xy} \sin(x^2 + y^2)$ die partiellen Ableitung bis zur Ordnung 2.

Aufgabe 2. Untersuche $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto 2x^2 - x^4 + 7y^2$ auf lokale Extrema.

Aufgabe 3. Seien $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x, y \leq 2\}$ und $f: M \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2 - 2xy + 2y$.

(i) Begründe (ohne zu rechnen), daß f ein globales Maximum und ein globales Minimum besitzt.

(ii) Berechne die globalen Extrema.

Aufgabe 4. Man entscheide jeweils, ob die gegebene Funktion y eine Lösung der Differentialgleichung ist:

(i) $xy' = 2y, y = 5x^2$;

(ii) $y' = -(1 + \frac{y}{x}), y = \frac{C^2 - x^2}{2x}$ ($C \in \mathbb{R}$);

(iii) $y' + 4xy = 0, y = 3e^{-x^2}$;

(iv) $y'' - 2y' + 4y = 0, y = e^x \sin(2x)$.