Elemente der Analysis III

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Zeige, daß die obere Halbebene $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_2 > 0\}$ offen ist.

Aufgabe 2. Beweise Satz 1.3.

Definition. Sei M eine Teilmenge von $\mathbb{R}^n$.

$p \in \mathbb{R}^n$ heißt *Randpunkt von* M, wenn für jedes $\varepsilon \in \mathbb{R}_+$ gilt: $U_\varepsilon(p)$ enthält sowohl mindestens einen Punkt von M als auch mindestens einen Punkt von $\mathbb{R}^n \setminus M$.

Die Menge aller Randpunkte von M bezeichnen wir mit ∂M und nennen sie den *Rand von* M.

Aufgabe 3. Sei M eine Teilmenge von $\mathbb{R}^n$. Beweise:

(i) M ist offen in $\mathbb{R}^n \iff M \cap \partial M = \emptyset$.

(ii) M ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^n \iff \partial M \subset M$.

(iii) ∂M ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^n$.

Aufgabe 4. Zeige, daß die Vereinigung endlich vieler Kompakta wieder kompakt ist.

Aufgabe 5. Sei M eine Teilmenge von $\mathbb{R}^n$. Beweise:

M ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^n \iff \forall_{p \in M}$ (p Häufungspunkt von $M \implies p \in M$)

Abgabe: Freitag, den 07.05.2010 in der Vorlesung