

Mathematik für Physiker

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Formalisieren und negieren Sie die folgenden Aussagen:

(i) In jeder Kölner Straße gibt es mindestens ein Haus, in dem in jedem Zimmer ein Fenster geöffnet ist.

(ii) (Parallelenaxiom der ebenen euklidischen Geometrie) Zu jeder Geraden g der Ebene E und jedem Punkt p in E , der nicht auf g liegt, gibt es genau eine zu g parallele Gerade \tilde{g} durch p .

Aufgabe 2. Die folgenden Aussagen (Axiome) seien vorausgesetzt:

- (1) Wer in Köln ist, sieht den Dom.
- (2) Es gibt Düsseldorfer.
- (3) Es gibt Düsseldorfer, die schon einmal in Köln waren.
- (4) Wer den Dom sieht, ist beeindruckt.

Folgern Sie, daß es Düsseldorfer gibt, die schon einmal beeindruckt waren! Hierbei sollen nur die Aussagen (1) - (4) verwendet werden.

Aufgabe 3. Seien A, B, C Mengen. Man zeige:

- (i) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
- (ii) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
- (iii) $A \cap B = (A \cup B) \setminus ((A \setminus B) \cup (B \setminus A))$

Aufgabe 4. Es seien M, N Mengen, $f: M \rightarrow N$ eine Abbildung, $A, B \subset M$ und $C, D \subset N$. Beweisen oder widerlegen Sie (durch ein Gegenbeispiel) die folgenden Aussagen:

- (i) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
- (ii) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$
- (iii) $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$
- (iv) $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$