

Mathematik für Physiker

Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Finden Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $z^2 = a + ib$.

Aufgabe 2. Man berechne die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{z^7 + 1}{z^5 + z^3}.$$

Aufgabe 3. Zerlegen Sie $z^3 + 3z^2 - 6z - 8 \in \mathbb{C}[z]$ in Linearfaktoren.

Zusatzaufgabe. Seien $n \in \mathbb{N}$, $a, b \in \mathbb{R}$ und $w := a + ib \in \mathbb{C}$. Zerlegen Sie

$$(z + w)^n - (z + \bar{w})^n \in \mathbb{C}[z]$$

in Linearfaktoren.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, daß für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$ gilt:

(i) $\langle x + y, x - y \rangle = \|x\|^2 - \|y\|^2$

(ii) $\|x - y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 - 2\langle x, y \rangle$

(iii) $\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 = 4\langle x, y \rangle$

(iv) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$