

# Mathematik für Physiker

## Übungsblatt 5

**Aufgabe 1.** Seien  $a, b \in \mathbb{R}$ . Finden Sie alle  $z \in \mathbb{C}$  mit  $z^2 = a + ib$ .

**Aufgabe 2.** Man berechne die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{z^7 + 1}{z^5 + z^3}.$$

**Aufgabe 3.** Zerlegen Sie  $z^3 + 3z^2 - 6z - 8 \in \mathbb{C}[z]$  in Linearfaktoren.

**Zusatzaufgabe.** Seien  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  und  $w := a + ib \in \mathbb{C}$ . Zerlegen Sie

$$(z + w)^n - (z + \bar{w})^n \in \mathbb{C}[z]$$

in Linearfaktoren.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, daß für alle  $x, y \in \mathbb{R}^n$  gilt:

(i)  $\langle x + y, x - y \rangle = \|x\|^2 - \|y\|^2$

(ii)  $\|x - y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 - 2\langle x, y \rangle$

(iii)  $\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 = 4\langle x, y \rangle$

(iv)  $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$