

# Mathematik für Physiker

## Übungsblatt 7

**Aufgabe 1.** Sei  $(a_n)_{n \geq 1}$  eine Nullfolge und  $(b_n)_{n \geq 1}$  eine beschränkte Folge. Zeigen Sie, daß  $(a_n b_n)_{n \geq 1}$  eine Nullfolge ist.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie:

$$(i) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt[n]{n} - 1) = 0$$

$$(ii) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt[n]{n} - 1) = +\infty$$

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie:

$$(i) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{k^2 + 4k + 3} = \frac{5}{6}$$

$$(ii) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}} = \frac{1}{3}$$

**Aufgabe 4.** Die Abbildungen  $\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  und  $\cos : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sind Elemente von  $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ .

(i) Zeigen Sie, daß die Abbildungen  $\{1, \sin, \cos\}$  linear unabhängig sind.

(ii) Sind auch  $\{1, \sin, \cos, \sin^2, \cos^2\}$  linear unabhängig?

**Zusatzaufgabe.** Zeigen Sie, daß die Folge  $(\sin(n))_{n \geq 1}$  divergent ist.