Mathematik für Pharmazeuten

Übungsblatt 4

Aufgabe s 1. Um mit den (in der Vorlesung angegebenen) Rechenregeln für Grenzwerte eine Folge auf Konvergenz zu untersuchen, muß man die Grenzwerte einiger Standardfolgen kennen. In der Vorlesung haben wir gesehen, daß $(\frac{1}{n})_{n\in\mathbb{N}_+}$ eine Nullfolge ist sowie $\lim\limits_{n\to\infty} n = \infty$. Eine weitere wichtige Folge, die gegen ∞ konvergiert, ist die Folge $(p^n)_{n\in\mathbb{N}}$ für $p > 1$, eine weitere wichtige Nullfolge ist $(q^n)_{n\in\mathbb{N}}$ für $|q| < 1$.

(i) Zeige, daß
$$\left(\frac{n}{1+n^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}, \quad \left(\frac{7n^4+n^2+1}{1+n^5}\right)_{n\in\mathbb{N}} \quad \text{und} \quad \left(\frac{1}{2^n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$
Nullfolgen sind.

(ii) Zeige, daß
$$\left(\frac{n^2}{3+n}\right)_{n\in\mathbb{N}}, \quad \left(\frac{n^7+n^2+8}{n^2+n^5}\right)_{n\in\mathbb{N}} \quad \text{und} \quad \left(n^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$$
gegen ∞ konvergieren.

(iii) Untersuche die Folgen
$$\left(\frac{3n^3+3}{9n^3+n^2-1}\right)_{n\in\mathbb{N}}, \quad \left((-10)^n\right)_{n\in\mathbb{N}} \quad \text{und} \quad \left(\frac{12n^7+3n^5-2n^3+144}{8n^7+n^6-2n^5+9n+12}\right)_{n\in\mathbb{N}},$$
auf Konvergenz. Berechne ggf. ihre Grenzwerte.

(iv) Berechne den folgenden Grenzwert:
$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^4-n^2-\frac{1}{2}}{1+2n^2+4n^4}$$

Besprechung: Mittwoch, den 25.11.2009