

Einführung in die Topologie

Übungsblatt 6

Aufgabe 1. Beweise Satz 2.6 der Vorlesung.

Aufgabe 2. Beweise den Satz in 2.7 der Vorlesung.

Aufgabe 3 (Über die Fundamentalgruppe des Produktes zweier topologischer Räume). Es seien X_1, X_2 zwei topologische Räume und $X := X_1 \times X_2$ ihr topologisches Produkt sowie $x := (x_1, x_2) \in X$. Zeige, daß

$$\pi_1(X_1, x_1) \oplus \pi_1(X_2, x_2) \longrightarrow \pi_1(X, x), \quad ([c_1], [c_2]) \longmapsto [(c_1, c_2)]$$

eine Gruppenisomorphismus ist.

Aufgabe 4. Seien $r, R \in \mathbb{R}_+$ mit $r < R$ und $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definiert durch

$$h(t_1, t_2) := \left((R + r \cos(2\pi t_1)) \cos(2\pi t_2), (R + r \cos(2\pi t_1)) \sin(2\pi t_2), r \sin(2\pi t_1) \right).$$

$T := h(\mathbb{R}^2)$ heißt *Rotationstorus im \mathbb{R}^3 mit Seelenradius R und Wulstradius r* . Zeige:

Es existiert genau eine bijektive Abbildung $f: S^1 \times S^1 \rightarrow T$ mit $\forall_{(t_1, t_2) \in \mathbb{R}^2} f(e^{2\pi i t_1}, e^{2\pi i t_2})$.

Diese ist ein Homöomorphismus.