WS 2009/2010 Dr. Ch. Bock

Einführung in die Topologie

Übungsblatt 7

Aufgabe 1. Beweise die Übungsaufgabe, die in der Vorlesung nach Beispiel 2.8 gestellt wurde.

Definition. Eine *topologische Gruppe* G ist per def. eine Gruppe und zugleich ein topologischer Raum derart, daß die Gruppenmultiplikation $G \times G \to G, (g,h) \mapsto g \cdot h$ und die Inversenbildung $G \to G, g \mapsto g^{-1}$ stetig sind.

Aufgabe 2. Sei G eine topologische Gruppe mit neutralem Element e. Zeige, daß $\pi_1(G,e)$ abelsch ist. Beachte, daß G nicht abelsch zu sein braucht!

Tip: Es gilt $c_1\, c_2 = (c_1\, e) \cdot (e\, c_2) \sim c_1 \cdot c_2 \sim (e\, c_1) \cdot (c_2\, e) = c_2\, c_1$ für je zwei stetige Wege $c_1, c_2 \colon\ [0,1] \to G$ von e nach e.

Aufgabe 3. Zeige, daß das topologische Produkt $M_1 \times M_2$ zweier topologischer Räume M_1, M_2 genau dann ein Hausdorff-Raum ist, wenn M_1 und M_2 Hausdorff-Räume sind.

Aufgabe 4. Sei M ein topologischer Raum. Zeige, daß M genau dann ein Hausdorff-Raum ist, wenn die Diagonale $\{(p,p)\,|\,p \in M\}$ abgeschlossen in $M \times M$ ist.

Besprechung: Dienstag, den 15.12.2009