Einführung in die Topologie

Übungsblatt 9

Aufgabe 1. Seien E, B topologische Räume, E lokal-wegzusammenhängend, $e_0 \in E$, $b_0 \in B$ und $\pi : (E, e_0) \to (B, b_0)$ eine *universelle* Überlagerung.

Beweise, daß durch $\Phi\colon\ D(\pi) \to \pi_1(B, b_0)$, $f \mapsto [\pi \circ \widehat{c}]$, wobei $\widehat{c}\colon\ [0,1] \to E$ bel. stetiger Weg von e_0 nach $f(e_0)$, ein Gruppenisomorphismus definiert wird.

Für $[c] \in \pi_1(B, b_0)$ ist $\Phi^{-1}([c])$ das eindeutig bestimmte $f \in D(\pi)$ mit $f(e_0) = \widehat{c}_{e_0}(1)$.

Aufgabe 2. Finde einen topologischen Raum, dessen Fundamentalgruppe nicht abelsch ist.

Tip: Betrachte den topologischen Raum 8 und eine geeignete 3-blättrige Überlagerung.

Aufgabe 3. Sei $n \in \mathbb{N}_+$. Zeige, daß die steographischen Projektionen

$$P_N\colon\ S^n \setminus \{N\} \to \mathbb{R}^n \quad \text{und} \quad P_S\colon\ S^n \setminus \{S\} \to \mathbb{R}^n$$

aus Beispiel 3.10 c) der Vorlesung tatsächlich Karten für S^n sind. Berechne ferner den Kartenwechsel.

Besprechung: Dienstag, den 19.01.2010