WS 2007/08 Ch. Bock, Y. Deuster

Vorkurs Mathematik

Übungsblatt 9

Aufgabe 1. Seien M eine Menge und $f : M \to M$ eine Abbildung. Es gebe ein $n \in \mathbb{N}_+$, so daß

$$\underbrace{f \circ \ldots \circ f}_{n\text{-mal}} = \mathrm{id}_M$$

gilt. Zeige, daß f dann bijektiv ist. Wie findet man f^{-1}?

Aufgabe 2. $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) = x^2$.

(i) Bestimme $f(M)$ für

(a) $M := \{0\}$,

(b) $M := [1, 2]$ und

(c) $M := \mathbb{R}$.

(i) Bestimme $\overline{f}^{1}(N)$ für

(a) $N := \{1\}$,

(b) $N := [-50, -1]$ und

(c) $N := \mathbb{R}$.

Aufgabe 3. Es seien M, N Mengen, $f\colon M \to N$ eine Abbildung, $A, B \subset M$ und $C, D \subset N$. Beweisen oder widerlegen Sie (durch ein Gegenbeispiel) die folgenden Aussagen:

(i) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$,

(ii) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$,

(iii) $\overline{f}^{1}(C \cup D) = \overline{f}^{1}(C) \cup \overline{f}^{1}(D)$,

(iv) $\overline{f}^{1}(C \cap D) = \overline{f}^{1}(C) \cap \overline{f}^{1}(D)$.

Aufgabe 4. Beweisen Sie Satz 2.29 (ii)!

Besprechung: Montag, den 24.09.2007 in den Übungsgruppen