

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Übungsblatt 2

Aufgabe 1.

- (i) Für die Stromstärke $I(t)$ eines Wechselstromdynamos gilt die Differentialgleichung

$$I'(t) + \frac{R}{L}I(t) = \frac{E}{L} \sin(\omega t)$$

mit positiven Konstanten ω (Frequenz), R (Widerstand), L (Induktivität) und E .

Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung.

[Tip: Suche eine spezielle Lösung der Gestalt $A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ mit $A, B \in \mathbb{R}$.]

- (ii) Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung

$$xy'(x) = 4y(x) + x^2,$$

und zeige, daß zu jeder Anfangswertbedingung $y(x_0) = y_0$ mit $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $y_0 \in \mathbb{R}$ unendlich viele auf ganz \mathbb{R} definierte Lösungen existieren.

Aufgabe 2 (Verfaulende Vegetation). In tropischen Regenwäldern verfault die abgestorbene Vegetation mit einer Rate von 80% pro Jahr. Gleichzeitig sammelt sich aber neuer „Abfall“ an, sagen wir 7 Gramm pro Quadratzentimeter und Jahr. Stelle eine Differentialgleichung für die Menge $u(t)$ des Abfalles auf einem Quadratzentimeter auf, löse diese und zeige, daß sich die Abfallmenge im Laufe der Zeit stabilisiert.