

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Beweise den Banachschen Fixpunktsatz.

Aufgabe 2 (Ausbreitung einer Innovation). In einer Gesellschaft von N Farmern ($N \in \mathbb{R}_+$ „sehr“ groß) sei $y(t)$ die Anzahl der „modernen“ Farmer, die ein neues Saatgut zur Zeit t bereits verwenden. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein „nicht-moderner“ Farmer in einer Zeiteinheit die Innovation neu übernimmt, setze sich additiv zusammen aus der konstanten Wahrscheinlichkeit $\alpha \in \mathbb{R}_+$, daß er auf Grund von Informationen aus den Medien das Saatgut übernimmt, und der Wahrscheinlichkeit, daß er durch Kontakte mit bereits „modernen“ Farmern von dem neuen Produkt überzeugt wird. Letztere sei proportional (mit Konstante $\beta \in \mathbb{R}_+$) zur Anzahl der „modernen“ Farmer.

Stelle eine Differentialgleichung für $y(t)$ auf, und löse diese zum Anfangswert $y(0) = 0$.

Aufgabe 3. Löse die Anfangswertaufgabe

$$y'(x) = (y(x) - 1)(x y(x) - y(x) - x), \quad y(0) = 2.$$