

Elemente der Analysis I

Übungsblatt 4

Aufgabe 1. Zeige $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i(i+2)} = \frac{3}{4}$.

Aufgabe 2. Untersuche die folgenden Reihen sowohl auf Konvergenz als auch auf absolute Konvergenz:

(i) $\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{i}{i+1}$

(ii) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{n}{2^i}$

(iii) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{\sqrt{i(i+1)}}$

(iv) $\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{1}{\sqrt{i}}$

Aufgabe 3. Bestimme jeweils den Konvergenzradius:

(i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

(iii) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2n+1}$

(iv) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$

Aufgabe 4. Seien $i_1, i_2 \in \{0, \dots, 9\}$ Ziffern. Zeige, daß gilt

(i) $0, \overline{i_1} = \frac{1}{9} \cdot i_1$,

(ii) $0, \overline{i_1 i_2} = \frac{1}{99} \cdot (10 \cdot i_1 + i_2)$,

wobei die Ausdrücke auf den linken Seiten als periodische Dezimalbrüche zu verstehen sind.

Aufgabe 5. Stelle die periodischen Dezimalbrüche $0, \overline{i_1 i_2 i_3}$ (mit $i_1, i_2, i_3 \in \{0, \dots, 9\}$) und $0, \overline{02439}$ als gewöhnliche Brüche dar.