

# Elemente der Analysis II

## Übungsblatt 1

**Aufgabe 1.** Zeige mittels der Definition (d.h. unter Verwendung des Differentialquotientens), daß die folgenden Funktionen differenzierbar sind.

(i)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto t^3 + t.$

(ii)  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \frac{1}{t^3}.$

(iii)  $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \frac{1}{\sqrt{t}}.$

(iv)  $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \frac{t+1}{t-1}.$

**Aufgabe 2.** Beweise Satz 5.3.

**Aufgabe 3.** Sei  $k \in \mathbb{Z}$ . Beweise, daß  $x^k \stackrel{k < 0}{:=} \frac{1}{x^{-k}}: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar ist und  $(x^k)' = kx^{k-1}$ .

Tip: Für positive Exponenten ist die Behauptung bereits klar nach Bsp. 5.5 2.) der Vorlesung. Hierauf kann die Behauptung für die negativen Exponenten mittels der Quotientenregel zurückgeführt werden.

**Aufgabe 4.** Seien  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(t) = t^3 + t^2$  und  $g(t) = 2t^2 + 1$ . Benutze Satz 5.4, um die Funktionen  $f \pm g$ ,  $f \cdot g$  und  $\frac{f}{g}$  zu differenzieren.