

# Elemente der Analysis III

## Übungsblatt 3

**Aufgabe 1.** Berechne für  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto e^{xy} \sin(x^2 + y^2)$  die partiellen Ableitung bis zur Ordnung 2.

**Aufgabe 2.** Untersuche  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto 2x^2 - x^4 + 7y^2$  auf lokale Extrema.

**Aufgabe 3.** Seien  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x, y \leq 2\}$  und  $f: M \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2 - 2xy + 2y$ .

(i) Begründe (ohne zu rechnen), daß  $f$  ein globales Maximum und ein globales Minimum besitzt.

(ii) Berechne die globalen Extrema.

**Aufgabe 4.** Man entscheide jeweils, ob die gegebene Funktion  $y$  eine Lösung der Differentialgleichung ist:

(i)  $xy' = 2y, y = 5x^2$ ;

(ii)  $y' = -(1 + \frac{y}{x}), y = \frac{C^2 - x^2}{2x} (C \in \mathbb{R})$ ;

(iii)  $y' + 4xy = 0, y = 3e^{-x^2}$ ;

(iv)  $y'' - 2y' + 4y = 0, y = e^x \sin(2x)$ .