

# Elemente der Analysis III

## Übungsblatt 4

**Aufgabe 1.** Bestimme die Lösung (incl. Definitionsbereich) der AWA

$$y'(x) = -\sin(x) \frac{y^2(x) + 1}{y(x)}, \quad y(0) = 1.$$

**Aufgabe 2.** Für welche  $c \in \mathbb{R}$  gibt es Lösungen der Differentialgleichung

$$2xy + (1 + x^2)y' = 0$$

auf  $\mathbb{R}$ , die den Bedingungen  $y(0) = 0$  und  $y(1) = c$  genügen?

**Aufgabe 3.** Löse für  $c \in \mathbb{R}_+$  die Anfangswertaufgabe

$$y'(x) + 2y(x) = 2x y^{\frac{3}{2}}(x), \quad y(0) = c.$$

**Aufgabe 4.** Löse die Differentialgleichung  $y' = \frac{x^3 - y^3}{xy^2} = \left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{y}{x}$ .

**Aufgabe 5.** Löse die Differentialgleichung  $y' = \frac{y}{x} - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}$ .

**Aufgabe 6.** Löse die Differentialgleichung  $y' + 2x = 2(x^2 + y - 1)^{2/3}$ .

[Tip: Substituiere  $u = x^2 + y - 1$ .]

**Aufgabe 7.** Finde die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'x^2 + 2xy = \ln(x).$$

Welches ist der maximale Bereich  $G \subset \mathbb{R}^2$ , in dem (nach dem Satz von Peano) für jedes  $(x, y) \in G$  eine lokale Lösung existiert?