

Elemente der Analysis III

Übungsblatt 6

Aufgabe 1. Bestimme die Lösung (incl. Definitionsbereich) der AWA

$$y'(x) = -\sin(x) \frac{y^2(x) + 1}{y(x)}, \quad y(0) = 1.$$

Aufgabe 2. Für welche $c \in \mathbb{R}$ gibt es Lösungen der Differentialgleichung

$$2xy + (1 + x^2)y' = 0$$

auf \mathbb{R} , die den Bedingungen $y(0) = 0$ und $y(1) = c$ genügen?

Aufgabe 3. Löse für $c \in \mathbb{R}_+$ die Anfangswertaufgabe

$$y'(x) + 2y(x) = 2x y^{\frac{3}{2}}(x), \quad y(0) = c.$$

Aufgabe 4. Löse die Differentialgleichung $y' = \frac{x^3 - y^3}{xy^2} = \left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{y}{x}$.

Aufgabe 5. Löse die Differentialgleichung $y' = \frac{y}{x} - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}$.

Aufgabe 6. Löse die Differentialgleichung $y' + 2x = 2(x^2 + y - 1)^{2/3}$.

[Tip: Substituiere $u = x^2 + y - 1$.]

Aufgabe 7. Finde die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'x^2 + 2xy = \ln(x).$$

Welches ist der maximale Bereich $G \subset \mathbb{R}^2$, in dem (nach dem Satz von Peano) für jedes $(x, y) \in G$ eine lokale Lösung existiert?