

Mathematik für Physiker

Übungsblatt 7

Aufgabe 1. Sei $(a_n)_{n \geq 1}$ eine Nullfolge und $(b_n)_{n \geq 1}$ eine beschränkte Folge. Zeigen Sie, daß $(a_n b_n)_{n \geq 1}$ eine Nullfolge ist.

Aufgabe 2. Zeigen Sie:

$$(i) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt[n]{n} - 1) = 0$$

$$(ii) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt[n]{n} - 1) = +\infty$$

Aufgabe 3. Zeigen Sie:

$$(i) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{k^2 + 4k + 3} = \frac{5}{6}$$

$$(ii) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}} = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 4. Die Abbildungen $\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $\cos : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sind Elemente von $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

(i) Zeigen Sie, daß die Abbildungen $\{1, \sin, \cos\}$ linear unabhängig sind.

(ii) Sind auch $\{1, \sin, \cos, \sin^2, \cos^2\}$ linear unabhängig?

Zusatzaufgabe. Zeigen Sie, daß die Folge $(\sin(n))_{n \geq 1}$ divergent ist.